UFRJ

Politécnica UFRJ

CONCURSO DE PROVAS E TÍTULOS DO MAGISTÉRIO SUPERIOR
EDITAL N° 54 DE 30/01/2024 – PUBLICADO NO DOU N° 24 DE 02/02/2024

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

VAGA MC-204 – SETOR DE CIRCUITOS ELÉTRICOS E SISTEMAS LINEARES

DIA: 04 de novembro de 2024.

LOCAL: Sala 227A - Bloco H - Escola Politécnica/CT/UFRJ

CADERNO DE QUESTÕES - PROVA ESCRITA

1) Discorra amplamente sobre Utilização de transformada de Laplace na análise de circuitos, apresentando pelo menos um exemplo de problema resolvido no tema considerando um circuito de ordem igual ou maior a 2.

2) Discorra amplamente sobre Modelo de sistemas lineares usando função de transferência, apresentando pelo menos um exemplo de problema resolvido no tema considerando um sistema de ordem igual ou maior a 2.

3) Discorra amplamente sobre Modelo de sistemas lineares usando equações de estado, apresentando pelo menos um exemplo de problema resolvido no tema considerando um sistema de ordem igual ou maior a 2.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº 1 (utilização de transformada de Laplace na análise de circuitos)

TRANSFORMADA DE LAPLACE

A transformada de Laplace é uma poderosa ferramenta matemática que é usada em diversos campos da ciência e da engenharia. Esta transformada toma um sistema no domínio do tempo e o transforma em um sistema no domínio da frequência complexa. A definição da transformada de Laplace é a seguinte:

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_{0^-}^{\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt.$$

Em que s é uma variável complexa definida como:

$s = \sigma + j\omega$.

Pode ser observado que o sistema ou a função sob estudo é transformada do domínio do tempo para o domínio da frequência. Em outras palavras, o sistema, que antes descrevia o comportamento do sistema usando equações diferenciais passa a ser descrito por equações algébricas na variável s. Esta transformação, então, tras a vantagen de operar as equações do sistema de forma algébrica, que é mais fácil do que trabalhar com equações diferenciais diretamente. Para obter a resposta no domínio do tempo é necessário aplicar a transformada inversa de Laplace. Como a transformada de Laplace é linear, é uma

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº ótima ferramenta para a análise de circuitos elétricos, que podem ser modelados como sistemas lineares e invariantes no tempo.

Calcular a transformada de Laplace pode ser um procedimento complexo se usamos a definição. Felizmente, existem tabelas de transformadas de Laplace e transformadas inversas de Laplace para as funções mais comunes que aparecem na análise de circuitos elétricos.

UTILIZAÇÃO DA TRANSFORMADA DE LAPLACE NA ANÁLISE DE CIRCUITOS

Para utilizar a transformada de Laplace na análise de circuitos elétricos devemos transformar todos os elementos do circuito (fontes, resistências, indutâncias e capacitâncias) para o domínio s. A transformada de Laplace das fontes vai depender do tipo de fonte usado (impulso, degrau, rampa) e pode ser consultado em uma tabela de transformadas de Laplace. Vamos a encontrar o equivalente no domínio s dos demais elementos de circuito.

Resistência

A equação que relaciona a tensão e a corrente em uma resistência é

$$v(t) = R\, i(t).$$

Aplicando a transformada de Laplace temos

$$V(s) = R\, I(s).$$

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº Então, concluímos que a resistência no domínio s é igual a $\boxed{R}$.

Indutância

A equação que relaciona a tensão e a corrente em uma indutância é

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

Aplicando a transformada de Laplace temos

$$V(s) = L[sI(s) - i(0)]$$

$$V(s) = sL\,I(s) - L\,i(0).$$

Se considerarmos condições iniciais nulas

$$V(s) = sL[I(s)]$$

Portanto, o equivalente de uma indutância no domínio s é $\boxed{sL}$.

Capacitância

A equação que relaciona a tensão e a corrente em uma capacitância é

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

Aplicando a transformada de Laplace temos

$$I(s) = C[sV(s) - v(0)]$$

$$I(s) = sCV(s) - Cv(0)$$

Se considerarmos condições iniciais nulas

$$I(s) = sCV(s)$$

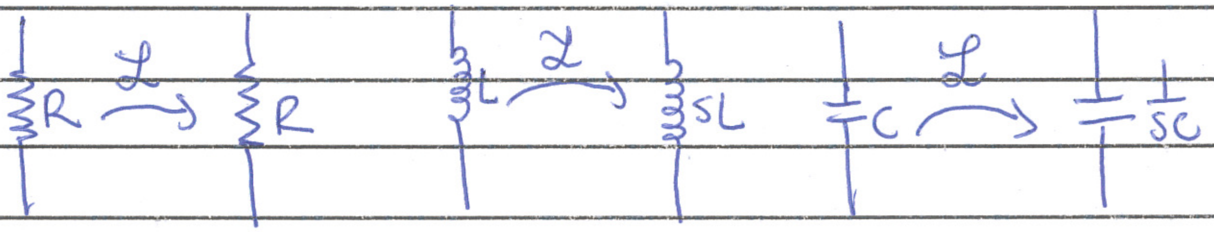
ou

$$V(s) = \frac{1}{sC}I(s)$$

Portanto, o equivalente de uma capacitância no domínio s é $\boxed{\frac{1}{sC}}$.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	**CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO**
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº Resumo



Os desenhos apresentados acima são um resumo gráfico das transformações dos elementos passivos do circuito no domínio s.

APLICAÇÕES NA ANÁLISE DE CIRCUITOS

Como foi mencionado na Folha 1, a transformada de Laplace é uma transformada linear, portanto, os métodos de análise de circuitos podem ser aplicados na análise de circuitos no domínio s. Os métodos que podem ser usados são:

- Análise de nós
- Análise de malhas
- Superposição
- Teorema de thévenin
- Teorema de Norton

Resposta em frequência de circuitos

Uma vez que o circuito é transformado para o domínio s é possível definir uma entrada e uma saída. A entrada do circuito normalmente é a fonte de alimentação e a saída pode ser definida como a tensão em um dos elementos do circuito. Com estas definições

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº de entradas e saídas podemos encontrar a saída para variações da frequência da fonte de alimentação. Podemos encontrar a resposta da magnitude e da fase da saída para variações na frequência da entrada. Este procedimento é conhecido como resposta em frequência e podemos usar técnicas como gráficos de Bode para obter esta resposta. Este tema não será aprofundado pois faz parte de outro tópico do concurso.

CONCLUSÃO

A transformada de Laplace é uma ferramenta muito útil na análise de circuitos elétricos, pois transforma equações diferenciais em equações algébricas, simplificando a sua análise. Podemos encontrar equivalentes no domínio de Laplace ou domínio s para todos os elementos passivos do circuito e usar esses elementos equivalentes junto com a transformada de Laplace da fonte para encontrar a resposta do circuito no domínio s e achar a resposta no domínio do tempo usando tabelas de transformadas inversas de Laplace. Finalmente, como a transformada de Laplace é uma transformada linear, podemos aplicar os métodos de nós, malhas, superposição, teoremas de Thévenin e Norton. Uma das aplicações é a resposta em frequência ou traçado de gráficos de Bode

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº 2 MODELO DE SISTEMAS LINEARES USANDO FUNÇÃO DE TRANSFERENCIA

INTRODUÇÃO

Na engenharia de controle existem diversas técnicas para regular a saída de sistemas físicos, químicos, elétricos, biológicos, entre outros. Para poder controlar a saída de um sistema precisamos obter um modelo matemático do sistema em questão. Quando temos sistemas lineares e invariantes no tempo podemos usar as funções de transferência como ferramenta de análise da saída do sistema e projeto de controladores. Para obter este modelo matemático precisamos ter a transformada de Laplace da saída e a transformada de Laplace da entrada. A relação entre a transformada de Laplace da saída e a transformada de Laplace da entrada para condições iniciais nulas é conhecido como função de transferência. Portanto, esta é uma ferramenta de análise do sistema no domínio da frequência complexa.

Esta teoria de controle é conhecida como controle classico e é implementada amplamente desde pelo menos o século XVIII. Os sistemas de geração de energia elétrica convencionais, os conversores de eletrônica de potência entre muchos outros sistemas implementam controles baseados em esta técnica de análise. A continuação vamos a apresentar algumas questões básicas para a obtenção das funções de transferência de sistemas lineares.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº MODELAGEM DO SISTEMA

Devemos obter um modelo do sistema em equações diferenciais e que esse modelo seja linear e invariante no tempo. O sistema pode ser linearizado perto de um ponto de equilíbrio ou perto do ponto de operação caso seja não linear. Neste caso devemos observar se o erro ao modelar o sistema e obter sua resposta é menor que uma tolerância previamente definida. Caso o erro seja maior do que essa tolerância, devemos usar outras técnicas de controle

Uma vez obtido o modelo do sistema podemos obter a resposta do sistema para entradas conhecidas. Caso não tenhamos o modelo do sistema também podemos obter ele aplicando uma entrada conhecida e medindo a saída.

Devemos lembrar que esta modelagem só pode ser aplicada para casos em que o sistema tem uma única entrada e uma única saída.

(Obte)

Cálculo da função de transferência

Suponhamos que conhecemos as equações diferenciais da entrada e da saída

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y + a_n = b_0 u^{(m)} + b_1 u^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} u + b_m$$

$$(\cancel{n \geq m}) \quad m \geq n$$

Podemos obter a função de transferência como

$$\mathcal{L}[a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y + a_n] = \mathcal{L}[b_0 u^{(m)} + b_1 u^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} u + b_m]$$

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº Temos que a saída é $Y(s)$ e a entrada é $U(s)$, portanto

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n}{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}$$

em que $G(s)$ é a função de transferência.

Note que $m \geq n$, pois a saída do sistema só pode depender da entrada atual e das entradas anteriores, e não de entradas futuras.

(Di) Também deve ser notado que a função de transferência deve ter as unidades apropriadas para relacionar a saída com a entrada.

DIAGRAMAS DE BLOCOS

Os diagramas de blocos são uma representação gráfica dos componentes e das funções de transferência de um sistema. O diagrama de blocos indica o fluxo de sinais no sistema de uma forma visual que pode resultar conveniente para visualizar as saídas de cada etapa e as relações entre cada componente do sistema. Um diagrama de blocos é apresentado a seguir

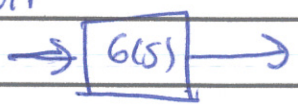
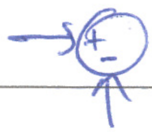


Diagrama de bloco

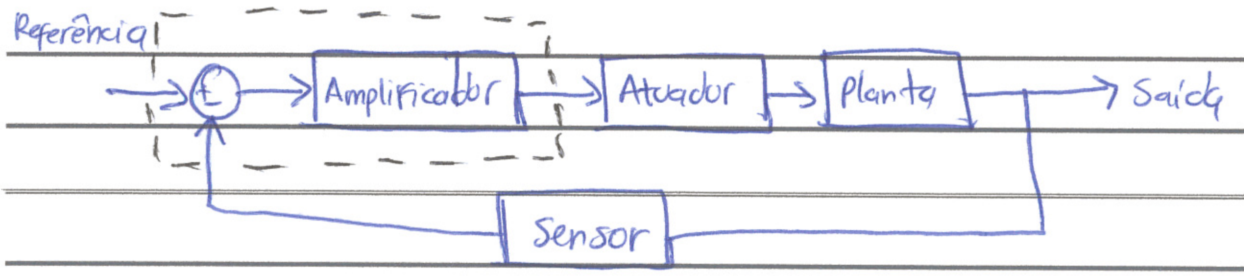
As setas indicam o fluxo das sinais. A seta da esquerda indica a entrada e a seta da direita indica a saída. $G(s)$ é a função de transferência do bloco. Outro componente útil para construir o diagrama de blocos é o somador, que soma o resta os sinais dependendo do sinal.



Somador

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº SISTEMAS DE CONTROLE AUTOMÁTICO



Na Figura anterior é apresentada a estrutura de um sistema de controle automático que poderiamos chamar de "padrão". Em ela encontramos um diagrama de blocos com os componentes fundamentais de um sistema de controle. Os elementos dentro do quadrado pontilhado compõem o controlador, que compara a saída com a referência, que normalmente são comparados em baixa potência, (em) e são amplificados para valores coerentes com a entrada do atuador. O atuador é o componente encarregado de aplicar a ação de controle na planta, que pode ser um acionamento de um motor elétrico, pneumático, entre outros. A planta é o sistema cuja saída quer ser regulada. O sensor é o encarregado de medir a saída e converter esse valor em um valor que possa ser lido e comparado pelo controlador. Normalmente o sensor converte variáveis como temperatura, nível, vazão, etc. para tensões que podem ser medidas e comparadas com a referência dentro do controlador.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº TIPOS DE CONTROLADORES

Controle de dois níveis (on-off)

Em este tipo de controladores a ação de controle só pode ter dois valores. Normalmente é um valor alto e um valor zero. Este tipo de controladores tem a vantagem de serem baratos e fáceis de implementar

Controle proporcional

Em este tipo de controladores a saída do controlador e a entrada estão relacionados por um ganho ajustável

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = K_p$$

Em que K_p é o ganho proporcional ajustável.

Controle Integral

Em este tipo de controladores a taxa de variação da saída do controlador comparada com a entrada é constante

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{K_i s}$$

em que K_i é o ganho integral ajustável.

Controle Proporcional Integral

Combina as ações de controle dos controladores proporcional e integral.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº Em que τ_i é o tempo integral.

Controle proporcional - derivativo

Em este tipo de controlador a ação de controle é amplificada e tem uma parcela da saída com uma taxa de variação constante respeito à entrada.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = K_p(1+\tau_D s).$$

Em que τ_D é o tempo derivativo.

Controle proporcional - Integral - derivativo

Combina as ações de controle proporcional, integral e derivativo.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = K_p\left(1+\tau_D s+\frac{1}{\tau_i s}\right)$$

Conclusões

As funções de transferência são uma ferramenta útil para modelar sistemas lineares invariantes no tempo. Podemos obter a saída do sistema conhecendo a entrada e sua função de transferência e também podemos obter a função de transferência conhecendo a entrada e medindo a saída do sistema.

Foram apresentados os diagramas de blocos, que são uma ferramenta visual para apresentar funções de transferência e o fluxo de sinais entre diferentes componentes de um sistema.

Foi apresentado um diagrama de blocos padrão de um sistema de controle e explicado cada componente.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº Finalmente, foram apresentados os principais tipos de controladores junto com suas funções de transferência.

Deve ser notado que a representação em diagrama de blocos não é única, pois depende do enfoque do engenheiro de controle. No entanto, a ordem do sistema é a mesma independente da sua representação em funções de transferência.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº 3 MODELO DE SISTEMAS LINEARES USANDO EQUAÇÕES DE ESTADO

A complexidade dos sistemas aumentou, ao passo que as capacidades computacionais também aumentaram, o que possibilitou o desenvolvimento de técnicas de controle no espaço de estados. Estas técnicas de controle fazem a análise do sistema no domínio do tempo e da frequência, ampliando as possibilidades de controle do sistema. Estas técnicas de análise e controle de sistemas podem ser aplicadas a sistemas não lineares e variantes no tempo. Com estas ferramentas também é possível implementar técnicas de controle ótimo e controle robusto. Este novo paradigma se baseia no conceito de estado, que vamos a definir a seguir.

~~Estado~~

~~É o conjunto mí~~

Variáveis de Estado

É o conjunto mínimo de variáveis de estado tais que o conhecimento das variáveis de estado em $t=t_0$ e o conhecimento da entrada para $t \geq t_0$ permite determinar o estado do sistema para $t \geq t_0$.

Vetor de Estados

É o conjunto mínimo de variáveis de estado em um arranjo vetorial

Espaço de Estados

É um espaço vetorial em que cada variável de estado $x_1, x_2, \dots, x_n$ se corresponde com um eixo em um espaço x_n. O estado do sistema

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº

pode ser determinado como um único ponto nesse espaço de estados.

MODELO DE UM SISTEMA NO ESPAÇO DE ESTADOS

Em um sistema com n variáveis de estado $x_1, x_2, \dots, x_n$; r entradas $u_1, u_2, \dots, u_r$ e m saídas $y_1, y_2, \dots, y_m$ podemos escrever as equações de estado como

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r, t)$$
$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r, t)$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r, t)$$
$$y_1 = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r, t)$$
$$y_2 = g_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r, t)$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$y_m = g_m(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r; t)$$

Se fazemos

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}$$

Podemos escrever o sistema como

$$\dot{\bar{x}} = A(t)\,x(t) + B(t)\,u(t)$$
$$\bar{y} = C(t)\,x(t) + D(t)\,u(t)$$

Em que $A(t)$ é a matriz de entrada, $C(t)$ é a matriz de saída

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
EDITAL Nº 54/2024 - VAGA MC-204

Politécnica UFRJ

CONCURSO PÚBLICO PARA PROVIMENTO EFETIVO DE VAGAS NO CARGO DE PROFESSOR DA CARREIRA DE MAGISTÉRIO SUPERIOR

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº e D(t) é a matriz de transferência direta.

Se o sistema é linear e invariante no tempo

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad (1)$$
$$y = Cx + Du$$

Escolha das variáveis de estado

É importante notar que a representação de um sistema em espaço de estados não é única, porém, o número de variáveis de estados para diferentes representações do mesmo sistema é igual.
Uma escolha conveniente das variáveis de estado é a saída dos integradores do sistema.

Relação entre equações de estado e funções de transferência

Aplicando a transformada de Laplace a (1) temos

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s)$$
$$Y(s) = C[X(s)] + DU(s).$$

Porém, as funções de transferência tem condições iniciais nulas, então

$$sX(s) = AX(s) + BU(s)$$
$$sX(s) - AX(s) = BU(s)$$
$$(sI - A)X(s) = BU(s)$$

Multiplicando previamente por $(sI-A)^{-1}$

$$X(s) = (sI-A)^{-1}BU(s)$$

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº

Substituindo $X(s)$ na equação da saída

$$Y(s) = C[(sI-A)^{-1}BU(s)] + DU(s)$$

$$Y(s) = C[(sI-A)^{-1}B + D]\,U(s)$$

$$\cancel{\left(\frac{Y(s)}{U(s)} = C[(sI-A)^{-1}B + D]\right)}$$

Podemos observar que os autovalores de $C[(sI-A)^{-1}B+D]$ devem coincidir com os polos da função de transferência.

Conclusão

O sistema em espaço de estados é uma abordagem moderna que permite trabalhar com sistemas de multiplas entradas e multiplas saídas, além de trabalhar com sistemas não lineares e variantes no tempo. Esta abordagem permite fazer o controle ótimo e controle robusto do sistema.

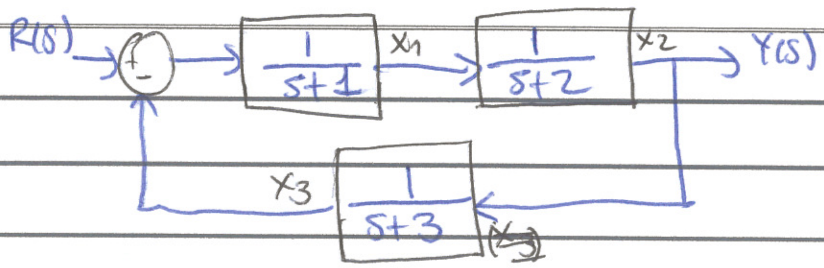
A representação de um sistema no espaço de estados não é unica. É conveniente ~~(ele)~~ selecionar as saídas dos integradores como variáveis de estado.

Existe uma equivalencia entre o sistema no espaço de estados e sua função de transferência quando o sistema é linear invariante no tempo.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº Exercício Resolvido Equações de estado

Para o diagrama de blocos encontre a representação no espaço de estados



Selecionamos como variáveis de estado as saídas dos integradores x_1, x_2, x_3 como assinalado no diagrama. Temos

$$Y(s) = x_2$$

$$\frac{x_2(s)}{x_1(s)} = \frac{1}{s+2}$$

$$\frac{x_3(s)}{x_2(s)} = \frac{1}{s+3}$$

$$\frac{x_1(s)}{-x_3(s)+R(s)} = \frac{1}{s+1}$$

Expandindo

$$s\,x_2(s) + 2x_2(s) = x_1(s)$$

$$s\,x_3(s) + 3x_3(s) = x_2(s)$$

$$s\,x_1(s) + x_1(s) = R(s) - x_3(s)$$

$$Y(s) = x_2$$

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	**CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO**
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº

$$sX_1(s) = R(s) - X_1(s) - X_3(s)$$
$$sX_2(s) = X_1(s) - 2X_2(s)$$
$$sX_3(s) = X_2(s) - 3X_3(s)$$
$$Y(s) = X_2$$

Tomando a transformada inversa de Laplace e fazendo $R(s) = u(s)$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u(t) - x_1(t) - x_3(t) \\ \dot{x}_2 &= x_1(t) - 2x_2(t) \\ \dot{x}_3 &= x_2(t) - 3x_3(t) \\ y(t) &= x_2(t) \end{aligned}}$$

Na forma padrão

(#1)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = 0$$

∎

Exercício Resolvido Função de transferência

Encontre a função de transferência do exercício anterior simplificando os diagramas de blocos

$$\text{Ramo direto} = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{1}{s^2+3s+2} = G(s)$$

$$H(s) = \frac{1}{s+3}$$

Politécnica UFRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
EDITAL Nº 54/2024 - VAGA MC-204

CONCURSO PÚBLICO PARA PROVIMENTO EFETIVO DE VAGAS NO CARGO DE PROFESSOR DA CARREIRA DE MAGISTÉRIO SUPERIOR

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº

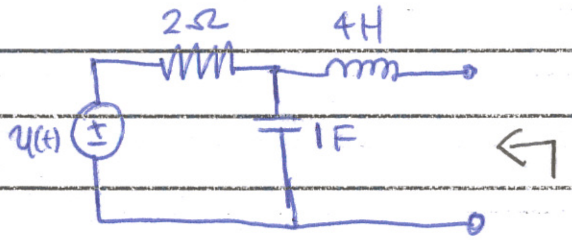
Simplificando $= \dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \dfrac{\frac{1}{s^2+3s+2}}{1+\frac{1}{s+3}\cdot\frac{1}{s^2+3s+2}}$

$$= \dfrac{\frac{1}{s^2+3s+2}}{1+\frac{1}{(s+3)(s^2+3s+2)}} = \dfrac{\frac{1}{\cancel{s^2+3s+2}}}{\frac{(s+3)(s^2+3s+2)+1}{(s+3)\cancel{(s^2+3s+2)}}}$$

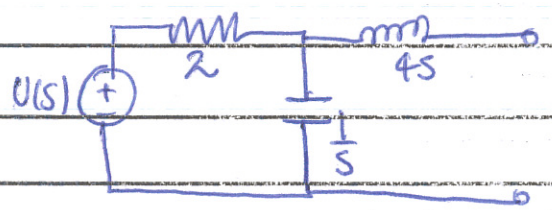
$$\boxed{= \dfrac{s+3}{(s+3)(s^2+3s+2)+1}}$$

Exercício Resolvido - Utilização de transformada de Laplace na análise de circuitos

Encontre o equivalente de Thévenin visto pela seta na Figura.



O equivalente deve ser encontrado no domínio de Laplace.



A tensão de circuito aberto é a tensão no capacitor, que pode ser calculada como o divisor de tensão no capacitor

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	R7U9

QUESTÃO Nº

$$V_{OC} = \frac{\frac{1}{s}}{2+\frac{1}{s}}U(s) = \frac{\frac{1}{\cancel{s}}U(s)}{\frac{2s+1}{\cancel{s}}} = \frac{1}{2s+1}U(s)$$

A impedância de Thévenin pode ser encontrada como o paralelo do capacitor com a resistência, em série com a indutância

$$C//R = \frac{\frac{2}{s}}{2+\frac{1}{s}} = \frac{\frac{2}{\cancel{s}}}{\frac{2s+1}{\cancel{s}}} = \frac{2}{2s+1}$$

Somando a indutância

$$R_{TH} = \frac{2}{2s+1} + 4s = \boxed{\frac{8s^2+4s+2}{2s+1}}$$

Portanto, o equivalente de Thévenin é