CONCURSO DE PROVAS E TÍTULOS DO MAGISTÉRIO SUPERIOR
EDITAL N° 54 DE 30/01/2024 – PUBLICADO NO DOU N° 24 DE 02/02/2024

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

VAGA MC-204 – SETOR DE CIRCUITOS ELÉTRICOS E SISTEMAS LINEARES

DIA: 04 de novembro de 2024.

LOCAL: Sala 227A - Bloco H - Escola Politécnica/CT/UFRJ

CADERNO DE QUESTÕES - PROVA ESCRITA

1) Discorra amplamente sobre Utilização de transformada de Laplace na análise de circuitos, apresentando pelo menos um exemplo de problema resolvido no tema considerando um circuito de ordem igual ou maior a 2.

2) Discorra amplamente sobre Modelo de sistemas lineares usando função de transferência, apresentando pelo menos um exemplo de problema resolvido no tema considerando um sistema de ordem igual ou maior a 2.

3) Discorra amplamente sobre Modelo de sistemas lineares usando equações de estado, apresentando pelo menos um exemplo de problema resolvido no tema considerando um sistema de ordem igual ou maior a 2.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 1

A transformada de Laplace é uma técnica matemática usada na modelagem ~~de~~ análise de sistemas dinâmicos, isto é, sistemas que apresentam derivadas e integrais. Essas equações que representam o sistema dinâmico são conhecidas como equações diferenciais e equações integro-diferenciais. A resolução dessas equações dinâmicas por meio da Teoria de equações diferenciais pode ser um trabalho árduo e demorado tendo em vista a complexidade das equações. A modelagem e análise de sistemas dinâmicos é importante pois o comportamento dos fenômenos da natureza, sistemas ~~eletro~~ eletro-eletrônicos, sistemas mecânicos, sistemas térmicos são regidos por este tipo de equação. Além disso, a maioria dos sistemas da natureza são não lineares. Entretanto, este problema de não linearidade pode ser resolvido através da linearização pelo polinômio de TAYLOR que é representado a seguir para uma variável.

$$\boxed{y_{(x)} = \bar{y}_{(x)} + \frac{y'_{(x)}}{1!}(x - x_0)^1} \quad (1)$$

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 01

onde: . x_0: Ponto onde está sendo feita a linearização

. $y'(x_0)$: Derivada da função a ser linearizada, e aplica o ponto x_0

. $\bar{y}(x_0)$: Ponto x_0 aplicado na função

Por exemplo: $y = 8x^3$, linearizar em torno de $x_0 = 1$:

$\rightarrow \boxed{\bar{y} = 8x^3\big|_{x_0=1} = 8}$ $\rightarrow \boxed{y' = 24x^2\big|_{x=1} = 24}$

Substituindo na equação de TAYLOR: $y(x) = \bar{y}(x) + \frac{y'(x)}{1!}(x - x_0)^1$

$$\boxed{y(x) = 8 + 24(x-1)^1 = 8 + 24x - 24 = 24x - 16}$$

Portanto, a função linearizada é $24x - 16$, substituindo $x = 1$ nela, obtém-se 8, conforme é o valor obtido na equação original ($\bar{y}(1) = 8$). Neste caso, foi idêntico porque a função era simples. Este método de linearização por TAYLOR pode ser aplicado para mais variáveis e no mundo vetorial. A matriz JACOBIANA é o nome da matriz obtida neste processo.

Bem, como foi dito através da Técnica de TAYLOR conseguimos resolver o problema da linearização. Agora, e para resolver o problema da solução das equações diferenciais?

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 01

Para resolver as equações diferenciais lineares o método mais indicado é através da chamada Transformada de Laplace, que por sua definição é uma transformada integral que pode ser vista ~~(segue)~~ pela equação abaixo:

$$\boxed{Y(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt} \quad (2)$$

onde: ⇒ $f(t)$: função no tempo

⇒ $s = \sigma + j\omega$; é um número complexo onde o sigma (σ) é a parte real e ω (ômega) parte imaginária.

A Transformada de Laplace pode ser bilateral, quando é válida de $-\infty$ a $+\infty$, ou unilateral quando é válida de 0 a $+\infty$. A maioria das aplicações na eletricidade é usada a transformada unilateral.

A transformada de Laplace transforma um problema de solução de equações diferenciais num problema de solução de equações algébricas. A equação (2) é a definição da transformada de Laplace, mas existem tabelas com as transformadas já conhecidas, de funções matemáticas conhecidas como a função constante, função de primeiro grau, de n graus, função exponencial, funções trigonométricas

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 01

(seno, cosseno) e a junção delas.

Quando aplicamos a transformada de Laplace em uma equação diferencial ordinária (EDO) dizemos que mudamos para o domínio de Laplace, ou seja, o domínio da variável s. Podemos aplicar o contrário, isto é, a anti-transformada de Laplace ou também conhecida de inversa de Laplace para retornar ao domínio do tempo (o domínio que a EDO é regida). Esse processo é mostrado a seguir:

$$f(t) \underset{L^{-1}(\,)}{\overset{L(\,)}{\rightleftarrows}} F(s)$$

A transformada de Laplace assim como a Derivada e a Integral apresenta propriedades: Uma das principais é a integração no tempo e a derivação no tempo que serão muito úteis para resolver uma EDO e consequentemente analisar um circuito elétrico. A propriedade da derivada e integral no tempo é mostrada a seguir:

→ Integral no tempo: $\int_0^\infty y(t)\,dt \xrightarrow{L} L\left[\int_0^\infty y(t)\,dt\right] = \frac{Y(s)}{s}$

Politécnica UFRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
EDITAL Nº 54/2024 - VAGA MC-204

CONCURSO PÚBLICO PARA PROVIMENTO EFETIVO DE VAGAS NO CARGO DE PROFESSOR DA CARREIRA DE MAGISTÉRIO SUPERIOR

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 1

Derivada no Tempo: $y^{(n)}_{(t)} \xrightarrow{\mathcal{L}} \boxed{\mathcal{L}\left[y^{(n)}_{(t)}\right] = s^{n} Y_{(s)} - s^{n-1} y(0) \dots - y^{n}(0)}$

Por exemplo:

$L(\ddot{y}) \Rightarrow s^{2} Y_{(s)} - s\, y(0) - \dot{y}(0)$

condição inicial na derivada

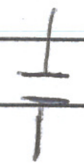
condição inicial na função

1-9.

Bem agora vamos mostrar um exemplo de resolução e análise de circuitos usando a transformada de laplace.

O capacitor e o indutor são dispositivos elétricos dinâmicos, isto é, armazenam energia na forma de campo elétrico (cargas elétricas -> capacitor) e na forma de linhas de campo magnético (no caso do indutor), logo a tensão e corrente nesses dispositivos serão representados por essas equações:

Capacitor:



$v_C = \frac{1}{C}\int i(dt)$

$i_C = C\frac{dv(t)}{dt}$

Indutor

$v_L = L\frac{di}{dt}$

$i_L = \frac{1}{L}\int v(dt)$

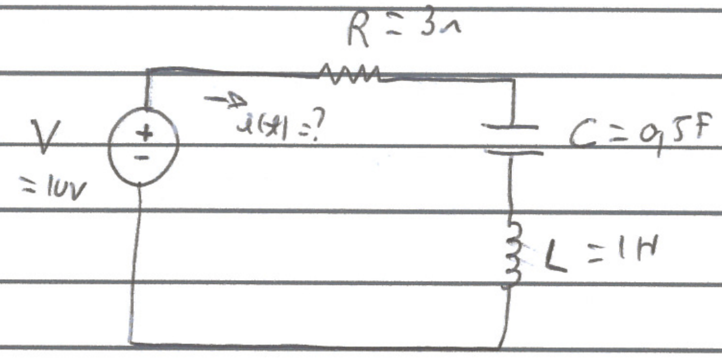
PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	**CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO**
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 1

Exemplo: O circuito abaixo representa um sistema de aquecimento industrial, dessa maneira:

a) Utilize a transformada de laplace para encontrar a corrente da fonte, considerando as condições iniciais nulas

b) Qual a ordem do sistema?



Solução:

a) O primeiro passo é considerar as condições iniciais nulas conforme descrito no enunciado. Com isto, utilizando as propriedades da integração e derivação no tempo as impedâncias do capacitor e indutor podem ser ~~escritas~~ escritas:

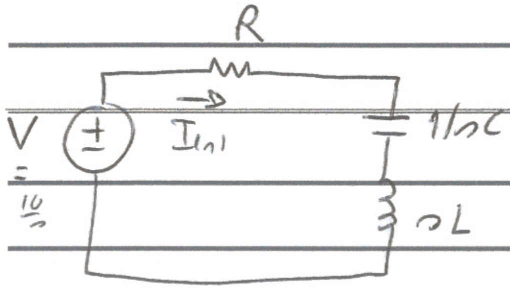
$\boxed{Z_C = \frac{1}{sC}}$ $\boxed{Z_L = sL}$ $\boxed{Z_R = R}$

impedância do capacitor / impedância do indutor / impedância do Resistor

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 1

O circuito no domínio de laplace pode ser visto a seguir.



A impedância do circuito é:

$$\boxed{Z_{eq} = \frac{s^2LC + sRC + 1}{sC}}$$

Pela lei de OHM: $I = \frac{V}{Z} = V \cdot \frac{sC}{s^2LC + sRC + 1}$ $\div LC$ $\div LC$

$$\boxed{I = V \cdot \frac{s/L}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}}$$

Como: $R = 3\Omega$; $L = 1H$; $C = 0{,}5F$; $V = \frac{10}{s}$ substituir:

$$\boxed{I = \frac{10}{s} \cdot \frac{s}{(s^2 + 3s + 2)} = \frac{10}{(s+1)(s+2)}}$$

Agora é necessário fazer as frações parciais:

$$I = \frac{10}{(s+1)\cdot(s+2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$; Fatores simples e NÃO repetidos

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 1

Como os fatores são simples e não repetidos, vamos usar o método dos resíduos para determinar A e B:

$$A = \left.\frac{10}{\cancel{(s+1)}(s+2)}\right|_{s=-1} = 10$$

$$B = \left.\frac{10}{(s+1)\cancel{(s+2)}}\right|_{s=-2} = -10$$

Substitui nas frações parciais.

$$I = \frac{10}{s+1} - \frac{10}{s+2}$$; Agora para encontrar $i(t)$ aplicamos a inversa de Laplace:

$$\mathcal{L}^{-1}(I) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{10}{s+1}\right) - \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{10}{s+2}\right)$$

$$\boxed{i(t) = \left(10e^{-t} - 10e^{-2t}\right) u(t)}$$ Solução da Corrente.

b) A ordem desse sistema é de 2ª ordem, pois o denominador s^2+3s+2 é de 2º ordem.

Politécnica UFRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
EDITAL Nº 54/2024 - VAGA MC-204

CONCURSO PÚBLICO PARA PROVIMENTO EFETIVO DE VAGAS NO CARGO DE PROFESSOR DA CARREIRA DE MAGISTÉRIO SUPERIOR

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 02

A função de transferência é um conceito/relação entre uma grandeza de ~~entrada~~ saída e entrada e é usado em sistemas SISO (Single input - Single Output). Ela é usada em sistemas lineares com o uso da Transformada de laplace como artifício matemático.

O sistemas lineares são equações lineares que respeitam o princípio da superposição, isto é, consigo analisar separadamente os efeitos de uma força e depois somar. Isto, dá o mesmo resultado do que analisar de maneira acoplado. É um princípio parecido com aquele aplicado em CIRCUITOS elétricos, onde anulo um fonte e analisa-se os efeitos no CIRCUITO só com esta fonte. Depois, anulo a outra e aplico o mesmo procedimento. Somo os efeitos, e temos o resultado FINAL.

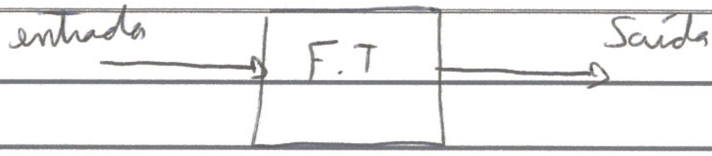
As técnicas de controle e análise de sistemas lineares é muito bem desenvolvida no meio acadêmico, por isso, quando um sistema é não linear (a maioria dos sistemas reais) é conveniente linearizá-lo através do polinômio de Taylor e aplicar os conceitos lineares. Lembrando que a linearização tem que ser bem feita e ~~para~~ não preju

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	M1X2

QUESTÃO Nº 02

dicas o sistema ou projeto em questão.

A seguir é mostrado um sistema SISO:



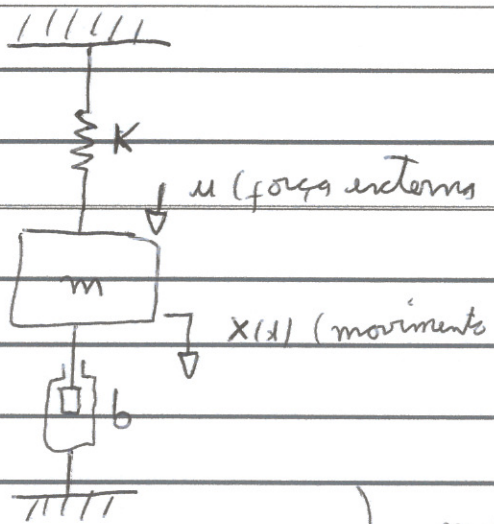
A modelagem de sistemas lineares usando função de Transferência tem amplo uso nos projetos de filtros, projetos de controladores, análise em frequência e de pequenos sinais em transistores (TBJ ou FET), além de ser usado em modelagem de sistemas mecânicos, sistemas térmicos dentre outros:

Vamos mostrar um exemplo de modelagem de sistemas lineares: O primeiro será um modelo clássico massa-mola-amortecedor:

① Exemplo: Segue abaixo um sistema massa, mola e amortecedor clássico, encontre a função de Transferência considerando $u(t)$ como entrada (força externa) e $X(t)$ o deslocamento da massa. Considere as condições iniciais nulas.

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	**CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO**
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 02

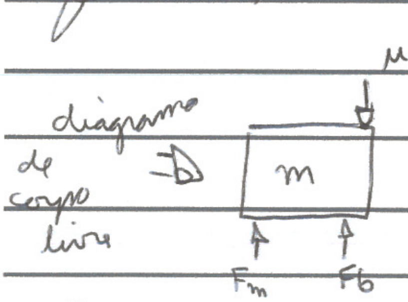


Solução:

Bem, para resolver este tipo de questão é necessário conhecer o comportamento das forças da mola e do amortecimento ~~viscoso~~ viscoso (amortecedor).

- mola $\rightarrow f_{mola} = -Kx$ (lei de Hooke) (1)
- Amortecedor $\rightarrow f_b = b.v = b.\dot{x}$ (2)
  velocidade
- massa $\rightarrow F = m.a = m.\ddot{x}$ (3)
  aceleração

Conhecendo essas equações (1)-(3), é possível agora através de diagramas de corpo livre determinar a equação diferencial:



$$m.a = \sum F$$
$$m.\ddot{x} = -f_{mola} - f_b + u(t)$$
$$m.\ddot{x} = -Kx - b\dot{x} + u(t)$$
$$\boxed{m\ddot{x} + b\dot{x} + Kx = u}$$

Como as condições iniciais são nulas, vamos aplicar a Trans-

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 02

formada de laplace em cada elemento:

$$m L[\ddot{x}] + b L[\dot{x}] + K L[x] = L[u]$$

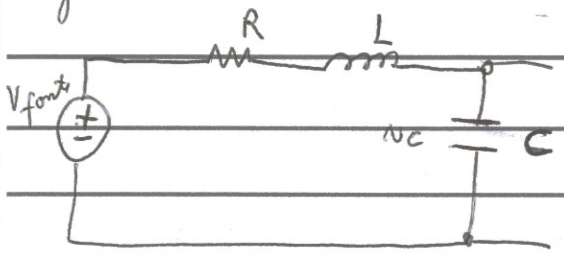
$$m s^2 X + b s X + K X = U$$

$$X[m s^2 + b s + K] = U$$

$$\boxed{\frac{X}{U} = \frac{1}{m s^2 + b s + K}}$$

$\Rightarrow$ Esta é a função de transferência que relaciona o deslocamento X e a entrada U.

Exemplo 02: Encontre a relação entre V_C / V_{fonte} do seguinte circuito:



Obs.: As condições iniciais são nulas, portanto:

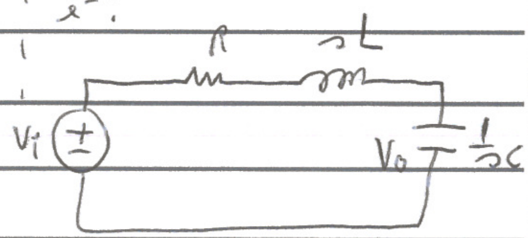
$\hookrightarrow Z_C = \frac{1}{sC}$

$\hookrightarrow Z_L = sL$

A impedância do circuito é:

$$\boxed{Z_{eq} = \frac{s^2LC + sRC + 1}{sC}}$$

O circuito equivalente é:



Politécnica UFRJ	**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO** **ESCOLA POLITÉCNICA** **DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA** **EDITAL Nº 54/2024 - VAGA MC-204**

CONCURSO PÚBLICO PARA PROVIMENTO EFETIVO DE VAGAS NO CARGO DE PROFESSOR DA CARREIRA DE MAGISTÉRIO SUPERIOR

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	**CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO**
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

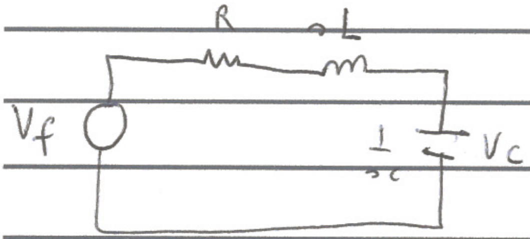
QUESTÃO Nº 02

Por divisor de tensão:

$$V_C = V_{fonte} \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{s^2LC + sRC + 1}{sC}} \quad \therefore \quad \boxed{\frac{V_C}{V_{fonte}} = \frac{1}{s^2LC + sRC + 1}}$$

Um sistema de 2ª ordem

Vamos analisar este circuito para verificar qual tipo de filtro.



baixa frequencia

Se: $\boxed{s = 0} \rightarrow \boxed{V_C = V_{fonte}}$

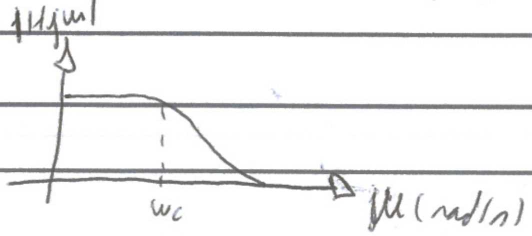
$j\omega$

alta frequencia

$\boxed{s = \infty \rightarrow V_C = 0V}$

QUANDO $s=0$ é baixa frequência, tenho na saída o sinal da fonte. QUANDO $s = \infty$, $V_C = 0$, Portanto, este filtro é um filtro Passa baixa, e o gráfico pode ser visto abaixo:

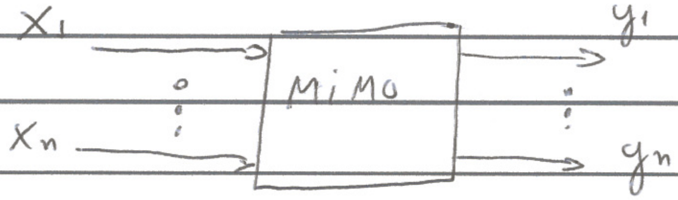
ω_c: frequencia de corte



PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 03

O modelo de sistemas lineares usando equações de estado é usado em sistemas MiMO (MULTIPLE inputs - Multiple output). É a modelagem usando as variáveis de estado. O diagrama de blocos ilustra o processo:



A equação a seguir representa um sistema no espaço de estados linear invariante NO ~~no~~ Tempo.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

onde:
- A: Matriz de entrada
- B: Matriz de estados
- C: Matriz de Saída
- D: Matriz de transferência Direta

A relação a seguir transforma uma modelagem no espaço de estados em função de transferência:

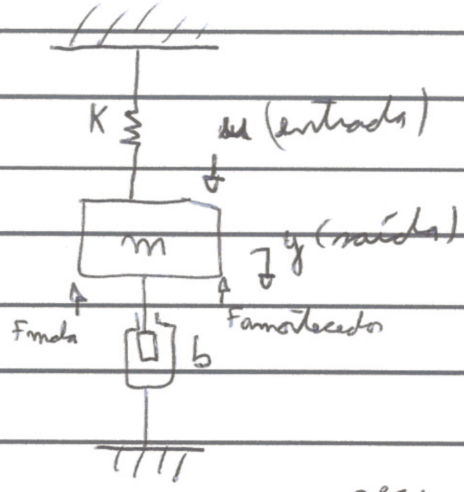
PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 03

$$\boxed{G(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} B + D}$$

↳ matriz identidade

Exemplo: Encontre a representação no Espaço de estados do sistema massa mola amortecedor abaixo:



A equação que rege o comportamento é:

$$\boxed{m\ddot{y} + b\dot{y} + Ky = u}$$

Como é uma equação de segunda ordem, precisamos de duas variáveis de estado (X1 e X2)

$$\begin{cases} X_1 = y \longrightarrow \boxed{\dot{X}_1 = \dot{y}} & \text{(deriva ambos os lados)} \\ X_2 = \dot{y} \longrightarrow \boxed{\dot{X}_2 = \ddot{y}} & \text{(deriva ambos os lados} \end{cases}$$

DA eq. do movimento tem-se: $m\ddot{y} + b\dot{y} + Ky = u$

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 03

$\ddot{y} = \frac{u}{m} - \frac{b}{m}\dot{y} - \frac{K}{m}y$; como $\dot{y} = x_2$, $y = x_1$, $\dot{x}_2 = \ddot{y}$

$$\boxed{\dot{x}_2 = \frac{u}{m} - \frac{b}{m}x_2 - \frac{K}{m}x_1}$$

$\boxed{\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2}$ entrada: u

Colocando na forma matricial:

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot u$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} \cdot u$$

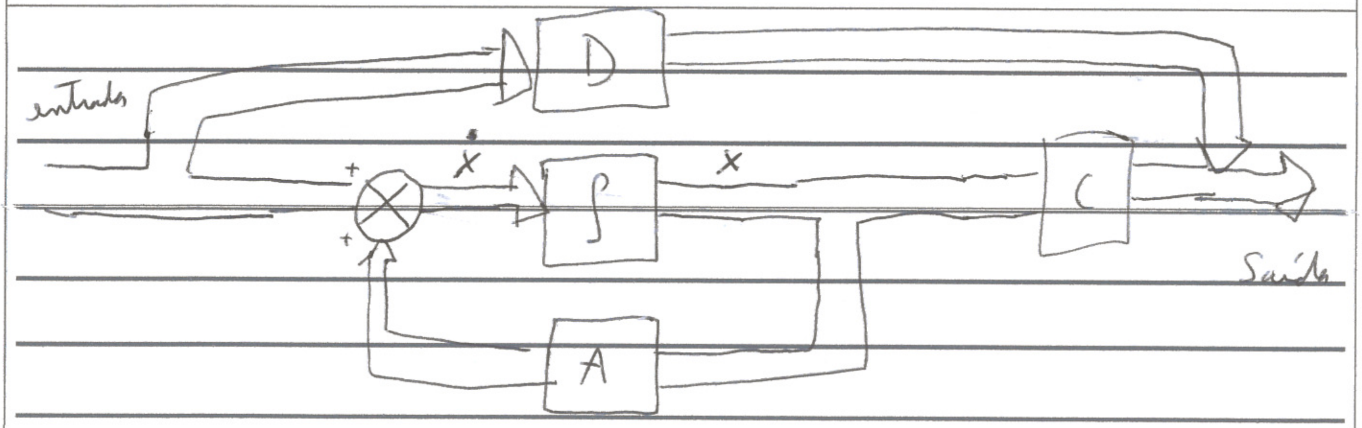
$\boxed{y = x_2}$ $C = [0 \;\; 1]$ $\boxed{D = 0}$

A representação em diagrama de blocos pode ser vista a seguir.

$$\boxed{y = \underbrace{[0 \;\; 1]}_{C} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{[0]}_{D} \cdot \underbrace{u}_{u}}$$

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 03



A função de transferência do sistema massa mola amortecedor é:

$$\boxed{\frac{X}{U} = \frac{1}{ms^2 + bs + K}}$$

Vamos encontrar a função de Transferência a partir da representação em espaço de estados:

As matrizes são:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K/m & -b/m \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = [0]$$

A equação de Transformação é:

PROVA ESCRITA (CADERNO DE RESPOSTAS)	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO
LOCAL: SALA 227A – BLOCO H – ESCOLA POLITÉCNICA/CT/UFRJ DATA: 04/11/2024	H1X2

QUESTÃO Nº 03

$$G(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} B + D$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K/m & -b/m \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} + 0$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s & -1 \\ K/m & +b/m + s \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{\begin{bmatrix} s + \frac{b}{m} & 1 \\ -K/m & s \end{bmatrix}}{\left(s^2 + s\frac{b}{m} + \frac{K}{m} \right)} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}$$

$G(s) =$